

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Зайко Татьяна Ивановна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 27.08.2024 17:17:21  
Уникальный программный ключ:  
cf6863c76438e5984b0fd5e14e7194b6d5a70a

Шифр ОПОП: 2014.26.06.01.05

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО МОРСКОГО И РЕЧНОГО ТРАНСПОРТА**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«СИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ВОДНОГО ТРАНСПОРТА»**

Год начала подготовки (по учебному плану): 2020  
(год набора)

Шифр дисциплины: ФТД.В.01  
(шифр дисциплины из учебного плана)

## **Рабочая программа дисциплины (модуля)**

### **Математическая обработка и анализ эмпирических данных**

(полное наименование дисциплины (модуля), в строгом соответствии с учебным планом)



# 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

## 1.1. Цели дисциплины

Целью дисциплины «Специальные разделы высшей математики является получение аспирантом знаний использования математической теории и практики в научных исследованиях по «Теории корабля и строительной механики». Дисциплина служит базой для проведения научно-исследовательской работы.

## 1.2. Перечень формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины (модуля) у обучающегося должны сформироваться следующие компетенции, выраженные через результат обучения по дисциплине (модуля), как часть результата освоения образовательной программы (далее – ОП):

### 1.2.1. Универсальные компетенции (УК):

Компетенция		Этапы формирования компетенции				Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
Шифр	Содержание	I	II	III	IV	
УК-1	способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерированию новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	x	x	x		<p><b>Знать:</b> основы математического анализа на понятийном уровне и способы применения математического подхода для решения профессиональных задач;</p> <p><b>Уметь:</b> читать научно-техническую литературу с пониманием используемого математического аппарата.</p> <p><b>Владеть:</b> математическим аппаратом для разработки математических моделей процессов и явлений и решения практических задач профессиональной деятельности.</p>

### 1.2.2. Общепрофессиональные компетенции (ОПК):

Компетенция		Этапы формирования компетенции				Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
Шифр	Содержание	I	II	III	IV	

ОПК-4	<p>способность применять основные пакеты прикладных программ и методы математического моделирования при решении профессиональных задач в области электрических станций и электроэнергетических систем</p>	x	x	x	<p><b>Знать:</b> особенности использования математической физики при решении практических задач; основные понятия математической статистики при использовании новейших информационно-коммуникационных технологий</p> <p><b>Уметь:</b> разрабатывать и применять новые методы исследования на базе методов математической физики</p> <p><b>Владеть:</b> разработкой методов и программных средств расчета в профессиональной сфере на основе методов математической статистики исследования и прогнозирования</p>
-------	---	---	---	---	--

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина (модуль) реализуется в рамках факультативной части  
(базовой, вариативной или факультативной)  
основной профессиональной образовательной программы.



**3. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**3.1. Разделы и темы дисциплины (модуля) и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах):**

№	Разделы и темы дисциплины (модуля)	Виды учебных занятий, включая СР							
		Лек		Лаб		Пр		СР	
		О	З	О	З	О	З	О	З
<i>6 семестр</i>									
1	Раздел 1. Основные задачи математической физики								
1.1	Математические модели физических задач	2				2		6	
2	Раздел 2. Современные методы научных исследований								
2.1	Элементы теории функций комплексного переменного	2				2		4	
3	Раздел 3. Основные понятия теории вероятностей								
3.1	Теория вероятностей	2				2		4	
4	Раздел 4. Математическая статистика								
4.1	Математическая статистика	2				4		4	
ИТОГО		8				10		18	

**3.2. Содержание разделов и тем дисциплины**

Раздел 1. Основные задачи математической физики

**Тема 1.1. Математические модели физических задач [1-7]**

**1.1. 1. Выводы основных уравнений математической физики**

1. Вывод уравнений колебаний
2. Уравнение неразрывности (уравнение Лапласа)

**1.1. 2. Дифференциальные уравнения математической физики**

1. Дифференциальные уравнения с частными производными 2-го порядка

**1.1. 3. Метод Фурье и Даламбера**

1. Дифференциальное уравнение с однородными граничными условиями
2. Решение неоднородных дифференциальных уравнений в частных производных
3. Метод Даламбера

**1.1.4. Применение преобразований Фурье**

1. Интегральная формула Фурье
2. Ряды Фурье

### 3. Кратные преобразования Фурье

#### 1.1.5. Функция Грина

1. Вывод формулы Грина.

#### 1.1.6. Гармонические функции и их свойства

1. Гармонические функции.
2. Дважды дифференцируемые функции и их свойства.

#### 1.1.7. Потенциал

1. Объёмные потенциалы

#### 1.1.8. Поверхностные потенциалы

1. Потенциалы простого и двойного слоя и их использование

#### 1.1.9. Специальные задачи математической физики

1. Энергия электростатического поля

## Раздел 2. Современные методы научных исследований

### Тема 2.1. Элементы теории функций комплексного переменного [1-7]

#### 2.1.1. Комплексные числа и действия над ними.

1. Алгебра комплексных чисел.

#### 2.1.2. Функции комплексного аргумента.

1. Основные элементарные функции комплексного переменного.
2. Сопряженные и регулярные функции.

#### 2.1.3. Ряды Тейлора.

1. Представление аналитических функций рядами (теория).
2. Разложение функций в ряды Тейлора.
3. Теорема Абеля и радиус сходимости.
4. Определение радиуса сходимости ряда Тейлора.

## Раздел 3. Основные понятия теории вероятностей

### Тема 3.1. Теория вероятностей [1-7]

#### 3.1.1. Аксиоматическое определение вероятности и следствия из него.

1. Классическое определение вероятности события
2. Аксиоматическое определение вероятности
3. 10 следствий из аксиоматического определения вероятности
4. Метод обращения событий.
5. Понятие о геометрической вероятности
6. Полная вероятность сложного события.
7. Условная вероятность гипотезы.

#### 3.1.2. \_Случайная величина.

1. Случайная величина дискретного и непрерывного типа.
2. Свойства функции распределения.
3. Плотность распределения случайной величины и её свойства.

### **3.1.3. Числовые характеристики случайной величины.**

1. Характеристики положения.
2. Начальные моменты.
3. Числовые характеристики положения и рассеяния.
4. Математическое ожидание и дисперсия и их свойства

### **3.1.4. Основные законы распределения случайной величины.**

1. Равномерное распределение
2. Биномиальное распределение,
3. Распределение Пуассона.
4. Нормальный закон распределения.
5. Формула и локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа.
6. Экспоненциальное распределение
7. Гамма и геометрическое распределения.

### **3.1.5. Системы случайных величин.**

1. Закон и функция распределения системы случайных величин.
2. Числовые характеристики системы случайных величин
3. Начальные и центральные моменты системы.
4. Свойства момента корреляции.
5. Теоремы о числовых характеристиках.
6. Линия регрессии.
7. Нормальная система случайных величин

### **3.1.6. Предельные теоремы теории вероятностей и законы больших чисел.**

1. Лемма и теорема Чебышёва.
2. Теорема Бернулли.
3. Теорема Ляпунова о нормальном законе распределения.

## Раздел 4. Математическая статистика

### **Тема 4.1. Математическая статистика. [1-7]**

#### **4.1.1. Оценки параметров распределения .**

1. Точечная оценка главных параметров распределения.
2. Способ моментов
3. Метод наибольшего правдоподобия.
4. Выборочное среднее.
5. Требования к оценке параметра: состоятельность, несмещённость и эффективность.
6. Интервальное оценивание главных параметров распределения.
7. Доверительный интервал.

#### **4.1.2. Статистический ряд. Статистическая функция распределения.**

1. Критерий согласия.
2. Критерий согласия Пирсона.
5. Проверка гипотезы о высказывающих наблюдениях.
6. Определение закона распределения случайной величины.

#### **4.1.3. Дисперсионный и корреляционный анализ.**

1. Связь между общей, факторной и остаточной суммами.
2. Общая, факторная и остаточная суммы квадратов отклонений.
3. Выборочный коэффициент корреляции.
4. Вопрос о значимости коэффициента корреляции.



5. Построение доверительного интервала для генерального коэффициента корреляции.

#### **4.2. Содержание лабораторных работ**

Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

#### **4.3. Содержание практических занятий**

№ раздела (темы) дисциплины	Наименование практических работ
6 семестр	
Раздел 1. Основные задачи математической физики	
Тема 1.1 Математические модели физических задач	Решение задач
Раздел 2. Современные методы научных исследований	
Тема 2.1. Элементы теории функций комплексного переменного	Решение задач
Раздел 3. Основные понятия теории вероятностей	
Тема 3.1. Теория вероятностей	Решение задач
Раздел 4. Математическая статистика	
Тема 4.1. Математическая статистика	Решение задач

#### **4.4. Самостоятельная работа. Контроль самостоятельной работы**

Самостоятельная работа включает изучение литературы, поиск информации в сети Интернет, подготовку к практическим работам (в ходе которых и производится ее контроль)

При подготовке к практическим занятиям необходимо ознакомиться с литературой, рекомендованной преподавателем, и конспектом лекций. Необходимо разобраться в основных понятиях. Желательно заранее ознакомиться с ходом проведения работы, записать возникшие вопросы и разобрать их с преподавателем перед занятием. [1-7]

#### **5. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

**5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы в части дисциплины (модуля)**

Контролируемая компетенция	Этапы формирования компетенции	Наименование темы (раздела) дисциплины (модуля)	Наименование оценочного средства
УК-1 способность к критическому анализу и оценке современных научных достижений, генерирование новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях	I – формирование знаний	Тема 1.1 Математические модели физических задач Тема 2.1 Элементы теории функций комплексного переменного Тема 3.1 Теория вероятностей Тема 4.1 математическая статистика	Зачет по дисциплине
	II – формирование способностей	Тема 1.1 Математические модели физических задач Тема 2.1 Элементы теории функций комплексного переменного Тема 3.1 Теория вероятностей Тема 4.1 математическая статистика	Зачет по дисциплине
	III-Интеграция способностей		
ОПК-4 готовностью к разработке новых методов исследования и их применению в самостоятельной научно-исследовательской деятельности в сфере кораблестроения и водного транспорта	I – формирование знаний	Тема 1.1 Математические модели физических задач	Зачет по дисциплине
	II – формирование способностей		Зачет по дисциплине
	III-Интеграция способностей		Зачет по дисциплине

**5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Шифр	Этапы	Наимено	Показате	Критерии	Шкала
------	-------	---------	----------	----------	-------

компете нции	формировани я компетенции	вание оценочн ого средства	ли оценива ния	оценивания	оценивания
УК-1	I – формирование знаний	Вопросы	Зачет	Итоговая оценка «зачтено» соответствует критерию оценивания этапа формирования компетенции «освоен». Итоговая оценка «не зачтено» соответствует критерию оценивания этапа формирования компетенции «не освоен».	Дихотомическая шкала «зачтено -не зачтено» Дихотомическая шкала «освоена -не освоена»
	II – формирование способностей				
	III- Интеграция способностей				
ОПК-4	I – формирование знаний	Вопросы	Зачет	Итоговая оценка «зачтено» соответствует критерию оценивания этапа формирования компетенции «освоен». Итоговая оценка «не зачтено» соответствует критерию оценивания этапа формирования компетенции «не освоен».	Дихотомическая шкала «зачтено – не зачтено» Дихотомическая шкала «освоена – не освоена»
	II – формирование способностей				
	III- Интеграция способностей				

**5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и (или) навыков, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### 5.3.3. ЭТАП I - Формирование знаний [6.1- 6.4, 6.8 - 6.12, 7.1, 8.1, 8.2]

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих данный этап формирования компетенций выполняется путем проверки расчетов выполненных аспирантом в ходе выполнения практических работ и ответов на вопросы зачета по дисциплине в устной форме.

- 3.I.1. Основы математического анализа
- 3.I.2. Основные понятия теории поля.
- 3.I.3. Вывод уравнения неразрывности
- 3.I.4. Постановка краевой задачи
- 3.I.5. Дифференциальные уравнения с частными производными 2-го порядка
- 3.I.6. Метод характеристик.
- 3.I.7. Метод Фурье .
- 3.I.8. Дифференциальное уравнение с однородными граничными условиями
- 3.I.9. Решение неоднородных дифференциальных уравнений в частных производных
- 3.I.10. Интегральная формула Фурье
- 3.I.11. Основные свойства преобразования Фурье .
- 3.I.12. Кратные преобразования Фурье ...
- 3.I.13. Некоторые приложения преобразований Фурье
- 3.I.14. Вывод формул Грина .
- 3.I.15. Гармоническая функция двух независимых переменных .
- 3.I.16. Основные свойства гармонических функций
- 3.I.17. Свойства объёмных потенциалов. Объёмный потенциал в физическом пространстве
- 3.I.18. Первые производные объёмного потенциала .
- 3.I.19. Вторые производные объёмного интеграла .
- 3.I.20. Вычисление несобственных интегралов.
- 3.I.21. Признаки сходимости несобственных интегралов
- 3.I.22. Поверхностные потенциалы .
- 3.I.23. Потенциал простого слоя .
- 3.I.24. Потенциал двойного слоя .
- 3.I.25. Разрыв потенциала двойного слоя
- 3.I.26. Применение поверхностных потенциалов к решению краевых задач
- 3.I.27. Плоская задача Неймана .
- 3.I.28. Метод Даламбера
- 3.I.29. Электростатическое поле

### **Основные задачи математической физики**

- 3.I.30. Вывод уравнений электрических колебаний в проводниках
- 3.I.31. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений второго порядка.
- 3.I.32. Методы численного вычисления определённых интегралов

### **Теория вероятностей**

- 3.I.33. Достоверное, случайное или невозможное событие.
- 3.I.34. Сумма и произведение событий.
- 3.I.35. Сложное событие, условное событие.
- 3.I.36. Аксиоматическое определение вероятности события.
- 3.I.37. Сущность метода обращения событий.
- 3.I.38. Формулы обращения событий.
- 3.I.39. Задача о случайной выборке.
- 3.I.40. Задача о повторяющемся опыте
- 3.I.41. Полная вероятность сложного события

- 3.I.42. Условная вероятность гипотезы
- 3.I.43. Случайная величина дискретного типа
- 3.I.44. Случайная величина непрерывного типа и законы её распределения.
- 3.I.45. Свойства функции распределения
- 3.I.46. Плотность распределения случайной величины и её свойства.
- 3.I.47. Числовые характеристики случайной величины
- 3.I.48. Основные характеристики положения случайной величины.
- 3.I.49. Характеристики положения случайной величины. Начальные моменты.
- 3.I.50. Числовые характеристики рассеяния. Рабочая формула для вычисления дисперсии.
- 3.I.51. Математическое ожидание и его свойства.
- 3.I.52. Дисперсия и её свойства.
- 3.I.53. Основные законы распределения случайной величины.
- 3.I.54. Системы случайных величин.
- 3.I.55. Закон и функция распределения системы случайных величин
- 3.I.56. Основные числовые характеристики системы случайных величин.
- 3.I.57. Начальные и центральные моменты системы случайных величин.
- 3.I.58. Свойства момента корреляции.
- 3.I.59. Линия регрессии
- 3.I.60. Нормальная система случайных величин
- 3.I.61. Предельные теоремы теории вероятностей, законы больших чисел.
- 3.I.62. Элементы комбинаторики

### **Математическая статистика**

- 3.I.63. Оценки параметров распределения случайной величины
- 3.I.64. Точечная оценка главных параметров распределения.
- 3.I.65. Способ моментов
- 3.I.66. Метод наибольшего правдоподобия
- 3.I.67. Выборочное среднее  $\sigma_{\bar{x}}^2$ .
- 3.I.68. Условия зависимости и независимости выборок
- 3.I.69. Требования к оценке параметра.
- 3.I.70. Дисперсия оценки дисперсии
- 3.I.71. Состоятельность, несмещённость и эффективность оценок.
- 3.I.72. Интервальное оценивание главных параметров распределения.
- 3.I.73. Что такое доверительный интервал для оценок.
- 3.I.74. Что такое статистический ряд. Статистическая функция распределения.
- 3.I.75. Что такое критерий согласия? Критерий согласия Пирсона
- 3.I.76. Проверка гипотезы о равенстве двух средних.
- 3.I.77. Проверка гипотезы о равенстве двух дисперсий
- 3.I.78. Проверка гипотезы о высказывающихся наблюдениях
- 3.I.79. Определение закона распределения случайной величины
- 3.I.80. Дисперсионный анализ
- 3.I.81. Элементы теории корреляции.

### **5.3.4. ЭТАП II - Формирование способностей**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующих данный этап формирования компетенций выполняется путем проверки расчетов выполненных аспирантом в ходе выполнения практических работ и ответов на вопросы зачета по дисциплине в устной форме.

1. Рассмотреть электромагнитное поле в некоторой среде. Исходя из уравнений Максвелла вывести уравнения, которым удовлетворяют компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей для случая, когда задана плотность зарядов  $\rho = 0$ ,  $\varepsilon = \text{const}$ ,  $\lambda = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ ,  $J = \lambda E$  (закон Ома);

**Решение.**

$$1) u_{tt} - a^2 \Delta u + \frac{4\pi\lambda}{\varepsilon} u_t = 0, \quad a^2 = c^2 / (\varepsilon\mu);$$

где  $\vec{E} = (E_1, E_2, E_3)$  - напряжённость электрического поля,  $\vec{H} = (H_1, H_2, H_3)$  - напряжённость магнитного поля,  $\rho(x)$  плотность зарядов,  $\varepsilon$  электрическая постоянная среды,  $\mu$  - коэффициент магнитной проницаемости среды,  $\vec{I} = (I_1, I_2, I_3)$  - ток проводимости. Для компонент  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  получается одно и то же телеграфное уравнение.

2. Методом разделения переменных найти решение уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

В прямоугольнике  $D: 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$ , если оно на контуре принимает заданные значения

$$\begin{aligned} u|_{\delta=0} &= \varphi_i(y); & u|_{\delta=a} &= \varphi_1(y); & (0 \leq y \leq b); \\ u|_{y=0} &= \psi_i(x); & u|_{\delta=b} &= \psi_1(x); & (0 \leq x \leq a), \end{aligned}$$

Причём

$$\begin{aligned} \varphi_i(0) &= \psi_i(0); & \varphi_i(b) &= \psi_1(0); \\ \varphi_1(0) &= \psi_i(a); & \varphi_1(b) &= \psi_1(a). \end{aligned}$$

Решить задачу для частного случая

$$\varphi_i(y) = Ay(b-y); \quad \psi_i(x) = B \sin \frac{\pi x}{a} \quad \varphi_1(y) = \psi_1(x) = 0..$$

$$u = \frac{2}{b} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \text{sh} \frac{\pi n(a-x)}{b} \int_0^b \varphi_o(y) \sin \frac{n\pi y}{b} dy + \text{sh} \frac{n\pi x}{b} \int_0^b \varphi_1(y) \sin \frac{n\pi y}{b} dy \right] \frac{\sin \frac{n\pi y}{b}}{\text{sh} \frac{n\pi a}{b}} +$$

**Ответ.**

$$+ \frac{2}{a} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \text{sh} \frac{\pi n(b-y)}{a} \int_0^a \psi_o(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx + \text{sh} \frac{n\pi y}{a} \int_0^a \psi_1(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx \right] \frac{\sin \frac{n\pi x}{a}}{\text{sh} \frac{n\pi b}{a}}$$

**Указание.** Решение задачи нужно разбить на две части, именно:

- 1) найти гармоническую функцию  $u_1(x, y)$ , удовлетворяющую граничным условиям  $u_1(0, y) = \varphi_o(y)$ ,  $u_1(a, y) = \varphi_1(y)$ ,  $u_1(x, 0) = 0$ ,  $u_1(x, b) = 0$ .
- 2) найти гармоническую функцию  $u_2(x, y)$ , удовлетворяющую граничным условиям  $u_2(0, y) = 0$ ,  $u_2(a, y) = 0$ ,  $u_2(x, 0) = \psi_o(x)$ ,  $u_2(x, b) = \psi_1(x)$ .

Тогда функция  $u(x, y) = u_1(x, y) + u_2(x, y)$  будет решением данной задачи Дирихле:

$$u(x, y) = B \frac{\text{sh} \frac{\pi(b-y)}{a}}{\text{sh} \frac{\pi b}{a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \frac{8Ab^2}{\pi^3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\text{sh} \frac{(2n+1)\pi(a-x)}{b} \sin \frac{(2n+1)\pi y}{b}}{(2n+1)^3 \text{sh} \frac{(2n+1)\pi a}{b}}$$

3. Найти распределение потенциала электростатического поля  $u(x, y)$  внутри прямоугольника OACB (рис. 8), у которого вдоль стороны OB потенциал равен  $U$ , а три другие стороны заземлены. Электрические заряды внутри прямоугольника отсутствуют.

**Решение.**

$$u(x, y) = \frac{4U}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\operatorname{sh} \frac{(2n+1)(a-x)\pi}{b} \sin \frac{(2n+1)\pi y}{b}}{(2n+1) \operatorname{sh} \frac{(2n+1)\pi a}{b}}$$

Указание. Задача сводится к решению уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$$

Внутри прямоугольника при краевых условиях

$$u|_{\delta=0} = U; \quad u|_{\delta=a} = u|_{y=0} = u|_{\delta=b} = 0$$

4. Представить в комплексной форме выражение  $\sqrt{1+i}$ .

**Ответ.**  $\sqrt{1+i} = \pm \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8} \right)$ .

5. Определить  $x$  и  $y$ , если  $x + iy = \sqrt{a + bi}$

**Ответ.**  $x = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{2}}$ ;  $y = \pm \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + b^2} - a}{2}}$ ; знаки нужно взять одинаковые; если  $b$  положительное, и разные, если  $b$  отрицательные.

6. Установить выполняемость условий Коши – Римана для функций

$$f(z) = z, z^2, z^n, \sin z \cos z.$$

7. Доказать теорему Абеля для ряда  $\tilde{n}_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \dots + c_n z^n + \dots$

8. Выписать элементарные функции  $\sin z, \cos z, \ln z$  в виде степенных рядов.

9. Провод длины  $l$ , по которому течёт переменный ток, покрыт такой хорошей изоляцией, что утечка практически отсутствует ( $G = 0$ ); кроме того, омическое сопротивление  $R$  столь мало, что им практически можно пренебречь ( $R = 0$ ). Начальный ток в проводе (при  $t = 0$ ) равен нулю, а начальное напряжение задаётся формулой

$$v(x, t)|_{t=0} = E_0 \cdot \sin \frac{(2m+1)\pi x}{2l}$$

(где  $m$  - заданное натуральное число). Левый конец провода ( $x = 0$ ) изолирован, а правый конец ( $x = l$ ) заземлён. Найти силу тока в каждой точке провода в любой момент времени.

**Решение:**

Уравнение, которому удовлетворяет сила тока, в данном случае имеет вид

$$l''_{xx} = LGl''_{tt},$$

где  $L$  - самоиндукция,  $G$  - ёмкость, отнесённые к единице длины провода; обозначая

$$\frac{l}{LC} = a^2, \text{ запишем это уравнение в следующем виде:}$$

$$i''_{tt} = a^2 i''_{xx}.$$

Начальные условия здесь таковы:

$$i(x, t)|_{t=0} = 0;$$

$$i'_t(x, t)|_{t=0} = -\frac{E_0(2m+1)\pi}{2lL} \cdot \cos \frac{(2m+1)\pi x}{2l} /$$

Второе условие легко выводится из формулы

$$-v'_x(x, t) = Ri(x, t) + L \cdot i'_t(x, t),$$

если при этом учесть, что  $v(x, t)|_{t=0} = E_0 \sin \frac{(2m+1)\pi x}{2l}$

и что, следовательно,

$$v'_x(x, t)|_{t=0} = -\frac{E_0(2m+1)\pi}{2l} \cdot \cos \frac{(2m+1)\pi x}{2l}.$$

Граничные условия имеют вид

$$i'_x(0, t) = 0; \quad i(l, t) = 0 /$$

Решая данное однородное уравнение с однородными граничными условиями и неоднородными начальными условиями, получим следующую формулу для вычисления силы тока в любой точке провода в любой момент времени:

$$i'_t(x, t)|_{t=0} = -\frac{E_0}{lL} \cos \frac{(2m+1)\pi x}{2l} \cdot \sin \frac{(2m+1)\pi t}{2l}.$$

### 5.3.5 ЭТАП III - Интеграция способностей

#### Типовые задачи теории вероятностей и математической статистики

1. Что представляют собой следующие события  $E + O$ ,  $\prod_{i=1}^n \overline{A_i}$ ?

2. Что представляют собой следующие события:  $A \cdot \overline{A}$ ,  $\sum_{i=1}^n \overline{A_i}$ ?

3. Что представляют собой следующие события:  $\sum_{i=1}^n \overline{A_i}$ ,  $\overline{A} + A$ ?

4. Введены следующие обозначения случайных событий:

A - событие, состоящее в выборе простого числа,

B - событие, состоящее в выборе четного числа,

C - событие, состоящее в выборе нечетного числа,

D - событие, состоящее в выборе числа, кратного 3,

E - событие, состоящее в выборе числа, кратного 4,

F - событие, состоящее в выборе числа, кратного 5.

$M_i$  - событие, состоящее в выборе числа, равного натуральному числу  $i$ .

Чему равны события  $A+B$ ,  $BC$ ,  $AD$ ,  $C+E$ ,  $DF+A$ , если задан ряд натуральных чисел до 41?

5. Случайные события A и B означают соответственно хотя бы одно попадание в цель и не менее двух попаданий при 3-х выстрелах. Что означают события  $AB$ ,  $A+B$  и  $\overline{A} + B$ ?

6. Плоскость разграфлена параллельными линиями с интервалом между ними 7см. На эту плоскость брошен круг радиуса 2см. Найти вероятность того, что он не пересечет ни одной из этих линий.

7. Рабочий изготовил 4 детали. Пусть событие  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) - означает, что деталь не имеет дефекта. Вероятность того, что деталь имеет дефект, равна 0,05. Найти вероятность следующих событий:

1) ни одна из деталей не имеет дефекта,



- 2) хотя бы одна из деталей имеет дефект,
- 3) только одна деталь имеет дефект,
- 4) не более двух деталей имеют дефекты,
- 5) по крайней мере два изделия не имеют дефектов,
- 6) точно два изделия дефектны.

8. Три стрелка стреляют по цели. Вероятность попадания в цель первым стрелком равна 0,7, вторым - 0,85, третьим стрелком - 0,7. Определить вероятность того, что: а) все три стрелка одновременно попадут в цель; б) в цель попадёт хотя бы один стрелок; в) в цель не попадёт ни один стрелок.

9. Из 10 билетов выигрышными являются 2. Одновременно приобретаются 5 билетов. Определить вероятность того, что среди них а) один выигрышный; б) оба выигрышные; в) хотя бы один является выигрышным.

10. При увеличении напряжения в электрической цепи в 2 раза соответственно с вероятностью 0,3, 0,4 и 0,6 может произойти разрыв электрической цепи вследствие выхода из строя элементов 1, 2 или 3. Найти вероятность разрыва цепи.

11. В урне находятся 20 шаров, из которых 12 белых и 8 синих. Какова вероятность того, что среди 10 вынутых шаров а) будет ровно 6 белых? б) будет поровну белых и синих шаров?

12. Вероятность попадания стрелком в цель при одном выстреле равна 0,9. Какова вероятность того, что а) из 5 выстрелов ровно 2 будут успешными? б) успешных выстрелов будет не более двух?

13. Вероятность появления события А равна 0,3. Какова вероятность того, что при 8 испытаниях событие А появится не более четырёх раз?

14. Вероятность попадания стрелком в цель при одном выстреле равна 0,6. Какова вероятность, того, что: а) из 6 выстрелов ровно 2 будут успешными? б) успешных выстрелов будет не больше двух из 4? в) все 6 выстрелов будут успешными?

15. В тире пять ружей, вероятность попадания из которых равна соответственно 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9. Определить вероятность попадания при одном выстреле, если стрелок берёт одно из ружей наудачу.

15. Телефон-автомат обеспечивает нужное соединение с вероятностью 0,6. Вы пытаетесь дозвониться по определённому номеру, имея к началу опыта 5 монет. Случайная величина - это число истраченных монет. Построить ряд распределения, многоугольник распределения, найти математическое ожидание и дисперсию.

16. Плотность вероятности задана так:  $f(x) = A(2+6x)$ , если  $x \in [0,5]$ ,  $f(x) = 0$ , если  $x \notin [0,5]$ . Найти: а) коэффициент А; б)  $P(x > 2)$ ,  $P(x > 1)$ ,  $P(-1 < x < 4)$ ; в) математическое ожидание и дисперсию; г) функцию распределения, построить её график и график плотности распределения вероятности.

17. Сеанс дальней связи подводной лодки длится 45 секунд. При этом наблюдаются атмосферные помехи в среднем количестве 7 в час. Найти вероятности следующих событий: а) за время сеанса помех не будет; б) будет хотя бы одна помеха; в) будет ровно одна помеха; г) будет ровно 3 помехи.

18. С помощью нового прибора проведено 10 измерений некоторой физической величины, для которой получено среднее значение 2,3 и СКВО, равное 0,02. а) Найти точность прибора при надёжности 0,95; б) сколько надо провести измерений, чтобы точность результата удвоилась? Измерения не имеют систематических ошибок.

19. Дан совместный ряд распределения дискретных случайных величин. Требуется найти: а) математическое ожидание, дисперсию, СКВО, корреляционный момент и коэффициент корреляции системы  $[X, Y]$ ; б) безусловный ряд распределения каждой величины; в) условный ряд распределения случайной величины при указанном условии; г) найти вероятность события при указанном условии.

x \ y	1	9	13
2	0,15	0,05	0,05
10	0,25	0,15	0,35

в)  $Y = 10$ . г)  $(X \leq 9) \times (Y = 2)$ .

20. Задана совместная плотность распределения двух случайных величин  $X$  и  $Y$

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x + 2y), & \text{àñèè } x + y = 6, x \geq 0, y \geq 0, \\ 0 & \text{àìà óèàçàìíè íàèàñòè} \end{cases}$$

Требуется найти: а) коэффициент  $A$ ; б) математическое ожидание, дисперсию, СКВО, корреляционный момент и коэффициент корреляции системы  $[X, Y]$ ; в) плотность распределения каждой случайной величины; г) условную плотность распределения  $X$  при условии  $Y=1$ .

21. В задаче найти: 1. а) среднее выборочное; б) статистическую дисперсию и СКВО; в) дисперсию среднего выборочного; г) моду и медиану. 2. Построить гистограмму распределения. 3. Найти теоретические частоты при гипотезе, что случайная величина распределена нормально. 4. Построить полигон распределения и теоретическую кривую распределения. 5. Применить критерий Пирсона для проверки гипотезы о нормальном распределении. 6. Построить доверительный интервал для среднего при доверительной вероятности 0,95.

Интервалы	50	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72
	52	54	56	58	60	62	64	66	68	70	72	74
Частоты	4	20	30	35	60	85	77	51	37	25	14	5

22. При подбрасывании монеты 3 раза **выпало 2 герба** (событие  $A$ ). Определим вероятность того, что **при втором подбрасывании выпал герб** – событие  $B$ . В этом случае событие  $AB$  происходит, при следующих двух исходах: «герб – герб – цифра» или «цифра – герб – герб». Поскольку всего может быть 8 исходов

ГГГ, ГГЦ, ГЦГ, ЦГГ, ЦЦГ, ЦГЦ, ГЦЦ, ЦЦЦ

Отсюда  $P(AB) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ . Событию  $A$  благоприятствуют 3 исхода, то есть,  $P(A) = \frac{3}{8}$ . Отсюда

$$P(B/A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$$

23. Электронная лампа работает исправно в течение случайного времени  $T$ , распределённого по показательному закону:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{àñèè } t < 0 \\ \lambda e^{-\lambda t}, & \text{àñèè } t \geq 0 \end{cases}$$

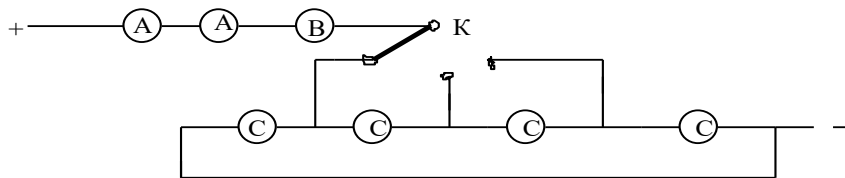
По истечении времени  $T$  лампа выходит из строя, после чего её немедленно заменяют новой. Найти вероятность того, что за время  $\tau$ : а) лампу не придётся заменять; б) лампу придётся заменять ровно три раза; в) лампу придётся заменять не меньше трёх раз.

**Решение.** Отказы ламп образуют простейший поток с плотностью  $\lambda$ . Математическое ожидание числа отказов  $X$  за время  $\tau$  равно  $a = \lambda \tau$

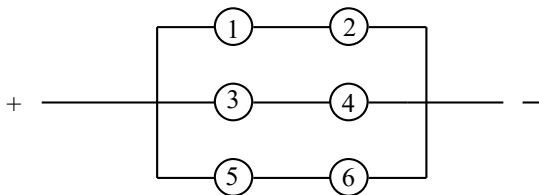
а)  $P_0 = e^{-\lambda \tau}$ ; б)  $P_3 = \frac{(\lambda \tau)^3}{3!} e^{-\lambda \tau}$ ;

в)  $R_3 = 1 - (P_0 + P_1 + P_2) = 1 - e^{-\lambda \tau} [1 - \lambda \tau - \frac{(\lambda \tau)^2}{2}]$ .

24. Электрическая схема, содержащая 2 блока типа А, один блок типа В и 4 блока типа С, составлена так, как это показано на схеме. Определить вероятность разрыва цепи, неустранимого с помощью ключа К, если элементы типа А выходят из строя с вероятностью 0,3, типа В - с вероятностью 0,4, а элементы типа С - с вероятностью 0,2.



25. Имеется 6 потребителей электрического тока, для первого из которых при определенных условиях вероятность того, что произойдет авария, приводящая к отключению потребителя, равна 0,6, для второго - 0,2, а для четырех остальных - по 0,3. Определить вероятность того, что генератор тока будет отключен полностью, а) если все потребители соединены последовательно, б) если потребители соединены так, как показано на схеме



26. Аппаратура содержит 1000 одинаково надёжных элементов, вероятность отказа для каждого из которых равна 0,0002. Какова вероятность отказа аппаратуры, если он наступает при отказе хотя бы одного элемента?

Применяются контрольные задачи по поиску информации, составлению планов эксперимента, анализу результатов эксперимента и вопросы по курсу для следующих комплексов задач (приводятся типовые примеры с перебором вариантов):

27. Рассмотреть электромагнитное поле в некоторой среде. Исходя из уравнений Максвелла вывести уравнения, которым удовлетворяют компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей для случая, когда задана плотность зарядов  $\rho = 0$ ,  $\varepsilon = \text{const}$ ,  $\lambda = \text{const}$ ,  $\mu = \text{const}$ ,  $J = \lambda E$  (закон Ома);

Решение.

$$1) u_{tt} - a^2 \Delta u + \frac{4\pi\lambda}{\varepsilon} u_t = 0, \quad a^2 = c^2 / (\varepsilon\mu);$$

где  $\vec{E} = (E_1, E_2, E_3)$  - напряжённость электрического поля,  $\vec{H} = (H_1, H_2, H_3)$  - напряжённость магнитного поля,  $\rho(x)$  плотность зарядов,  $\varepsilon$  электрическая постоянная среды,  $\mu$  - коэффициент магнитной проницаемой среды,  $\vec{I} = (I_1, I_2, I_3)$  - ток проводимости.

Для компонент  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  получается одно и то же телеграфное уравнение;

**28.** Рассмотреть электромагнитное поле в некоторой среде. Исходя из уравнений Максвелла вывести уравнения, которым удовлетворяют компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей для случая, когда среда – вакуум и токи отсутствуют.

**Решение.**

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \Delta \right) \varphi_0 = -\frac{4\pi c^2}{\varepsilon^2 \mu} \rho, \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - a^2 \Delta \right) \varphi = 0, \quad \frac{\mu \varepsilon}{c} \frac{\partial \varphi_0}{\partial t} - \operatorname{div} \varphi = 0,$$

где  $\vec{E} = (E_1, E_2, E_3)$  - напряжённость электрического поля,  $\vec{H} = (H_1, H_2, H_3)$  - напряжённость магнитного поля,  $\rho(x)$  плотность зарядов,  $\varepsilon$  электрическая постоянная среды,  $\mu$  - коэффициент магнитной проницаемой среды,  $\vec{I} = (I_1, I_2, I_3)$  - ток проводимости.

Для этого случая вводится четырёхкомпонентный электромагнитный потенциал  $(\varphi_0, \varphi)$ ,  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ , с помощью которого решение уравнений Максвелла ищется в виде

$$\vec{E} = \operatorname{grad} \varphi_0 - \frac{1}{c} \frac{\partial \varphi}{\partial t}, \quad \vec{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \varphi.$$

**29.** Найти решение уравнения Лапласа в полуполосе  $0 \leq x \leq a$ ,  $0 \leq y < \infty$ , удовлетворяющее краевым условиям

$$u(0, y) = 0, \quad u(a, y) = 0, \quad u(x, 0) = A \left( 1 - \frac{\delta}{a} \right), \quad u(x, \infty) = 0, \quad (0 \leq \delta \leq a)$$

Решение. 
$$u(x, y) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left( \frac{\delta}{a} \right)^{-\frac{\pi n}{a} y} \sin \frac{n\pi x}{a}$$

**30.** В осветительную сеть параллельно включено 20 ламп. Вероятность того, что за время  $T$  лампа будет включена 0,8. Пользуясь неравенством Чебышёва определить вероятность того, что абсолютная величина разности между числом включённых ламп и средним числом (математическим ожиданием) включённых ламп за время  $T$  окажется: а) меньше трёх; б) не меньше трёх.

**Ответ;** а)  $P(|X - 16| < 3) \geq 0,64$ ; б)  $P(|X - 16| \geq 3) < 0,36$ .

**31.** С помощью нового прибора проведено 12 измерений некоторой физической величины, для которой получено среднее значение 2,6 и СКВО, равное 0,03. а) Найти точность прибора при надёжности 0,95; б) сколько надо провести измерений, чтобы точность результата удвоилась? Измерения не имеют систематических ошибок.

**32.** Срединная ошибка измерения дальности радиолокатором + 10 м, а систематическая ошибка отсутствует. Определить а) дисперсию ошибок измерения дальности; б) вероятность получения ошибки измерения дальности, по абсолютной величине не превосходящей 10 м.

**33.** Опытом установлено, что ошибка прибора для измерения дальности подчиняется нормальному закону со срединной ошибкой  $E = 10$  м. Определить вероятность того, что определённая этим прибором дальность будет отклоняться от истинной не более, чем на 15 м.

**Решение.** Отклонение от математического ожидания  $X - m_x = 15$ ,  $E = 10$ .

Учитывая связь с СКВО, получим

$$\sigma = \frac{E}{0,6745} = 14,85$$

$$P(-15 < X < 15) = P(|X| < 15) = 2\Phi_0\left(\frac{15}{14,85}\right) = 2 \cdot 0,3437 \cong 0,69$$

Есть таблицы для  $\hat{\Phi}\left(\frac{X}{E}\right)$ . Тогда  $P(-15 < X < 15) = \hat{\Phi}\left(\frac{15}{10}\right) = \hat{\Phi}(1,5) \cong 0,6883$

#### ***4.1. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций***

##### **4.1.3. Методика оценки устного зачета**

К зачёту допускается обучающийся при освоении этапа III в течение семестра. В ходе устного зачета аспиранту задается 3 вопроса. Оценка «зачтено» выставляется при полном, развернутом ответе на все три вопроса или при полном, развернутом ответе на два вопроса и частичном ответе – на третий. При ответе на два вопроса и полном отсутствии ответа на третий или неполном ответе на все три вопроса ставится оценка «не зачтено».

а) основная учебная литература\*

1. **Готман, А.Ш.** Специальные разделы математической физики и основы математического анализа: Учебное пособие для аспирантов / А.Ш. Готман.- Новосибирск: Изд. ФБОУ ВПО «НГАВТ», 2014.- 236 с. (30 экз.)
2. Тензорное исчисление : учеб. пособие для аспирантов / Готман Ада Шаломовна ; А. Ш. Готман ; М-во трансп. Рос.Федерации, ФГОУ ВПО "НГАВТ". - Новосибирск : НГАВТ, 2007. - 130 с. : ил. - ISBN 978-5-8119-0306-1. (21 экз.)

б) дополнительная учебная литература\*

##### **3. Лифшиц, М. А.**

Случайные процессы — от теории к практике [Электронный ресурс] / М. А. Лифшиц ; Лифшиц М.А. - Москва : Лань, 2016. - ISBN 978-5-8114-2026-1. — Режим доступа:[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=71720](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71720)

#### **7. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

##### **4. Куделин, Олег Георгиевич.**

Вычисление класса определённых интегралов и суммирование некоторых нестандартных функциональных рядов [Электронный ресурс] : монография / Куделин Олег Георгиевич, Смирнова Екатерина Викторовна, Фомин Василий Иванович ; О. Г. Куделин, Е. В. Смирнова, В. И. Фомин ; М-во трансп. Рос. Федерации, ФГОУ ВПО "НГАВТ". - Новосибирск : НГАВТ, 2009. - 89 с. -

Сетевой ресурс. Открывается с использованием Adobe reader версии 9.0 и новее. - ISBN 978-5-8119-0320-7.

**8. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

**5. Пискунов Николай Семёнович.**

Дифференциальное и интегральное исчисления : учебник : в 2 т. Т. 1 / Пискунов Николай Семёнович ; Н. С. Пискунов. - СПб. : Мифрил : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1996. - 416 с. (46 экз.)

**6. Пискунов, Николай Семёнович.**

Дифференциальное и интегральное исчисления : учебник : в 2 т. Т. 2 / Пискунов Николай Семёнович ; Н. С. Пискунов. - 11-е изд., стер. - Москва : Наука, 1976. - 576 с (5 экз.)

**9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет" (далее - сеть "Интернет"), необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

7. Научно-техническая библиотека Сибирского государственного университета водного транспорта [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://library.nsawt.ru>, свободный. – Загл. с экрана.

**8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

1. Операционная система Microsoft Windows 7. (<http://www.microsoft.com>).

**13. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

<b>Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий</b>	<b>Перечень основного оборудования</b>
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа	Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, в том числе: доска учебная.
Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа	Набор демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, в том числе: доска учебная.
Помещение для самостоятельной работы	Компьютерная техника с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.